

一、单项选择题(每小题 2 分, 共 20 分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{|x-1|}$ 的值是().

- A. 1 B. -1 C. 0 D. 不存在

2. $f(x) = \frac{1+e^{\frac{1}{x}}}{2+3e^x}$ 在 $x=0$ 间断, 该点为().

- A. 可去间断点 B. 跳跃间断点 C. 第二类间断点 D. 振荡间断点

3. 下列各式不正确的是().

A. $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ B. $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a-h)}{h}$

C. $\frac{d}{dx} \int_a^b f(x) dx = f(x)$ D. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$

4. 已知 $f'(x) = e^{-2x}$ 且 $x=0$ 时 $y=0$, 则 $y=($).

A. e^{-2x} B. $-2e^{-2x} + 2$

C. $-\frac{1}{2}e^{-2x}$ D. $-\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}$

5. 曲线 $y = x^{\frac{3}{2}}$ 的通过点(0,-4)的切线方程().

A. $3x + y - 4 = 0$ B. $3x - y - 4 = 0$ C. $3x - y + 4 = 0$ D. $3x + y + 4 = 0$

6. 曲线 $f(x) = x^4 - 4$ 的拐点().

- A. (0, 0) B. (0, -4) C. 不存在 D. (1, -3)

7. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列函数中与 x 是等价无穷小的是().

A. $1 - \cos x$ B. $\sin \frac{1}{x}$ C. $e^x - 1$ D. $\sqrt{x}$

8. 微分方程 $\frac{d^2s}{dt^2} + 2\frac{ds}{dt} + s = 0$ 是()阶常系数线性微分方程.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

9. $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int f(2x) dx = ($).

A. $F(2x)$ B. $F(2x)+C$ C. $\frac{1}{2}F(2x)$ D. $\frac{1}{2}F(2x)+C$

10. 设 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 是基本单位向量, 下列正确的等式是().

A. $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$ B. $\vec{j} \times \vec{i} = \vec{k}$ C. $\vec{i} \times \vec{k} = \vec{j}$ D. $\vec{i} \times \vec{i} = \vec{i} \cdot \vec{i}$

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 函数 $f(x)$ 在 x_0 处可微是连续的_____条件(填“充分”、“必要”或“充要”).

2. 要使 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x}-1}{x} & x < 0 \\ a+x & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 连续, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 假设 $f(0)=0$, $f'(0)$ 存在, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. $\frac{d}{dx} \int_x^{x^2} \sin t dt = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{\sin^3 x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题(每小题 5 分, 共 35 分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(e^{\sin x} - 1)^2}$.

2. 设 $\begin{cases} x = t^2 + 2 \\ y = t^3 - 3 \end{cases}$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

3. 求由方程 $e^y - xy = e$ 所确定的隐函数 $y = y(x)$ 的微分.

4. 求不定积分 $\int x \sin x dx$.

5. 设 $f(x) = \begin{cases} 1+x^2 & \text{当 } x < 0 \text{ 时} \\ e^x & \text{当 } x \geq 0 \text{ 时} \end{cases}$, 求 $\int_0^2 f(x-1) dx$.

6. 求微分方程 $y'' + y = 0$ 的通解.

7. 求过三点 $M_1(2, -1, 4)$ 、 $M_2(-1, 3, -2)$ 和 $M_3(0, 2, 3)$ 的平面方程.

四、应用题(每小题 10 分, 共 20 分)

1. 求函数 $f(x) = (x-4)\sqrt[3]{(x+1)^2}$ 的单调区间和极值.
2. 求抛物线 $y^2 = 2x$ 与直线 $y = x-4$ 所围平面图形的面积.

五、证明题(本题 10 分)

证明方程 $x^5 + x = 1$ 只有一个正根.