



§ 2.1 一阶逻辑基本概念

一、个体词与谓词

个体词：可以独立存在的客体。

既可以是抽象的概念，也可以是具体的事物。

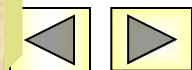
如：李明，自然数， $\sqrt{2}$

谓词：用来刻划个体词的性质或个体词之间的关系的词。

如：(1) $\sqrt{2}$ 是无理数 (性质)

(2) 小李比小赵高2厘米 (关系)

简单命题总可以被分解成个体词和谓词两部分





§ 2.1 一阶逻辑基本概念

个体常项: 表示具体的或特定的个体的词。

用小写字母 $a, b, c, \dots$ 表示。

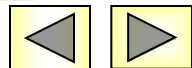
个体变项: 表示抽象的或泛指个体的词。

用小写字母 $x, y, z, \dots$ 表示。

个体域: 个体变项的取值范围, 又称论域。

全总个体域: 宇宙间一切事物组成的个体域。

个体可以是有限事物的集合, 也可以是无限事物的域集合。不加声明即为全总个体域。





§ 2.1 一阶逻辑基本概念

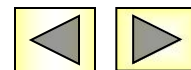
谓词常项: 表示具体性质或关系的谓词。用大写字母 $F, G, H, \dots$ 表示。

谓词变项: 表示抽象的或泛指的性质或关系的谓词。也用字母 $F, G, H, \dots$ 表示。

一般根据上下文区分常项和变项。

个体变项 x 具有性质 F , 记作 $F(x)$

个体变项 x, y 具有关系 L , 记作 $L(x, y)$



§ 2.1 一阶逻辑基本概念

例1: 将下列命题符号化

(1) $\sqrt{2}$ 是无理数。

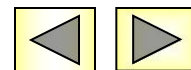
(2) 小李比小赵高2厘米。

解: (1) 设 $F(x)$: x 是无理数, $a: \sqrt{2}$

则符号化为 $F(a)$ 。

(2) 设 $L(x, y)$: x 比 y 高2厘米, a : 小李, b : 小赵

则符号化为 $L(a, b)$ 。





§ 2.1 一阶逻辑基本概念

元数：谓词中所包含的个体词数。

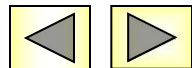
n 元谓词：含 n ($n \geq 1$)个个体词(个体变项)的谓词，
可用 $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 表示。

一元谓词表示性质，二元或多元谓词表示关系。

0元谓词：不含个体变项的谓词。

如： a 为2， b 为3， $L(a, b)$ 是0元谓词。

简单命题都可以用0元谓词表示，使用联结词便可将复合命题用0元谓词符号化。



§ 2.1 一阶逻辑基本概念

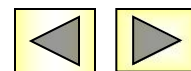
例2：将下列命题用0元谓词符号化。

- (1) 2是素数且是偶数。
- (2) 如果2大于3，则3大于4。
- (3) 如果张明比李民高，李民比赵亮高，则张明比赵亮高。

解：(1) 设 $F(x)$: x 是素数， $G(x)$: x 是偶数，

a : 2

则命题符号化为 $F(a) \wedge G(a)$ 。



§ 2.1 一阶逻辑基本概念

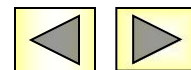
例2：将下列命题用0元谓词符号化。

- (1) 2是素数且是偶数。
- (2) 如果2大于3，则3大于4。
- (3) 如果张明比李民高，李民比赵亮高，则张明比赵亮高。

解：(2) 设 $L(x, y)$: x 大于 y , $a: 2$, $b: 3$, $c: 4$

则命题符号化为 $L(a, b) \rightarrow L(b, c)$ 。

同理(3)可符号化为 $L(a, b) \wedge L(b, c) \rightarrow L(a, c)$ 。





§ 2.1 一阶逻辑基本概念

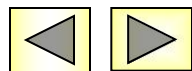
二、量词

1、**全称量词**: 表示“一切”，“所有”，“任意”等的词。用符号“ $\forall$ ”表示。

$\forall x$ 表示对个体域中的所有个体， $\forall xF(x)$ 表示个体域中的所有个体都有性质 F 。

2、**存在量词**: 表示“存在”，“有某些”，“至少有一个”等的词。用符号“ $\exists$ ”表示。

$\exists x$ 表示存在个体域中的个体， $\exists xF(x)$ 表示存在个体域中的个体具有性质 F 。





§ 2.1 一阶逻辑基本概念

3、**特征谓词**：在全总个体域的情况下，为了指定某个个体变项的范围，引入的谓词。

例3：符号化下列命题

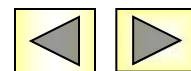
(1) 所有的人都会死。

(2) 有的人活百岁以上。

解：个体域为人类集合时，符号化

(1) 为 $\forall x F(x)$ ，其中 $F(x)$ ： x 会死，

(2) 为 $\exists x G(x)$ ，其中 $G(x)$ ： x 能活百岁以上。





§ 2.1 一阶逻辑基本概念

3、**特征谓词**：在全总个体域的情况下，为了指定某个个体变项的范围，引入的谓词。

例3：符号化下列命题

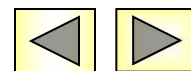
(1) 所有的人都会死。

(2) 有的人活百岁以上。

解：全总个体域时，引入特征谓词 $M(x)$: x 是人

则(1)符号化为 $\forall x (M(x) \rightarrow F(x))$

(2)符号化为 $\exists x (M(x) \wedge G(x))$



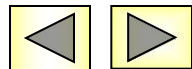
§ 2.1 一阶逻辑基本概念

例4：在谓词逻辑中将下列命题符号化。

- (1) 对所有的 x ，均有 $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$ 。
- (2) 存在 x ，使得 $x + 5 = 2$ 。
- (3) 凡偶数均能被2整除。
- (4) 存在着偶素数。
- (5) 没有不犯错误的人。
- (6) 在北京工作的人未必都是中国人。
- (7) 一切人都不一样高。
- (8) 有些人喜欢所有的花。

解题思想：

- (1) 找到所有的个体词；
- (2) 是否要引入特征谓词；
- (3) 描述个体词的性质(一元谓词)、描述个体词的关系(二元谓词)；
- (4) 按命题的实际意义进行刻画。



§ 2.1 一阶逻辑基本概念

例4：在谓词逻辑中将下列命题符号化。

(1) 对所有的 x ，均有 $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$ 。

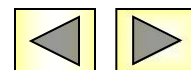
(2) 存在 x ，使得 $x + 5 = 2$ 。

(3) 凡偶数均能被2整除。

解：(1) $\forall x F(x)$ ，其中 $F(x): x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$ 。

(2) $\exists x F(x)$ ，其中 $F(x): x + 5 = 2$ 。

(3) $\forall x (M(x) \rightarrow F(x))$ ，其中 $M(x): x$ 是偶数，
 $F(x): x$ 能被2整除。



§ 2.1 一阶逻辑基本概念

例4：在谓词逻辑中将下列命题符号化。

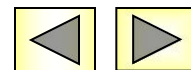
(4) 存在着偶素数。

(5) 没有不犯错误的人。

解：(4) $\exists x (M(x) \wedge F(x))$ ，其中 $M(x)$ ： x 是偶数，
 $F(x)$ ： x 是素数。

(5) $\neg \exists x (M(x) \wedge \neg F(x))$ ，其中 $M(x)$ ： x 是人，
 $F(x)$ ： x 犯错误。

或 $\forall x (M(x) \rightarrow F(x))$ “所有的人都会犯错误”



§ 2.1 一阶逻辑基本概念

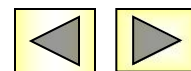
例4：在谓词逻辑中将下列命题符号化。

(6) 在北京工作的人未必都是北京人。

(7) 一切人都不一样高。

解：(6) $\neg \forall x (M(x) \rightarrow F(x))$ ，其中 $M(x)$ ： x 是在北京工作的人， $F(x)$ ： x 是北京人。或 $\exists x (M(x) \wedge \neg F(x))$

(7) $\forall x \forall y (M(x) \wedge M(y) \wedge H(x, y) \rightarrow \neg L(x, y))$ ，
其中 $M(x)$ ： x 是人， $H(x, y)$ ： x 与 y 不是同一个人，
 $L(x, y)$ ： x 与 y 一样高。或 $\neg \exists x \exists y (M(x) \wedge M(y) \wedge H(x, y) \wedge L(x, y))$



§ 2.1 一阶逻辑基本概念

例4：在谓词逻辑中将下列命题符号化。

(8) 有些人喜欢所有的花。

解：(8) $\exists x (M(x) \wedge \forall y (F(y) \rightarrow L(x, y)))$,

其中 $M(x)$: x 是人, $F(y)$: y 是花,

$L(x, y)$: x 喜欢 y

