



§ 5.2 通路与回路

一、通路与回路的概念

通路与回路： 给定图 $G = \langle V, E \rangle$ ，设 G 中顶点与边的交替序列 $\Gamma = v_0 e_1 v_1 e_2 \dots e_l v_l$ ，若 Γ 满足：
 v_{i-1} 和 v_i 是 e_i 的端点 (G 为有向图时，要求 v_{i-1} 和 v_i 分别是 e_i 的始点和终点)， $i = 1, 2, \dots, l$ ，
则 Γ 为顶点 v_0 到 v_l 的**通路**。
 Γ 中边的数目 l 称为 Γ 的长度。
 $v_0 = v_l$ 时，称 Γ 为**回路**。



§ 5.2 通路与回路

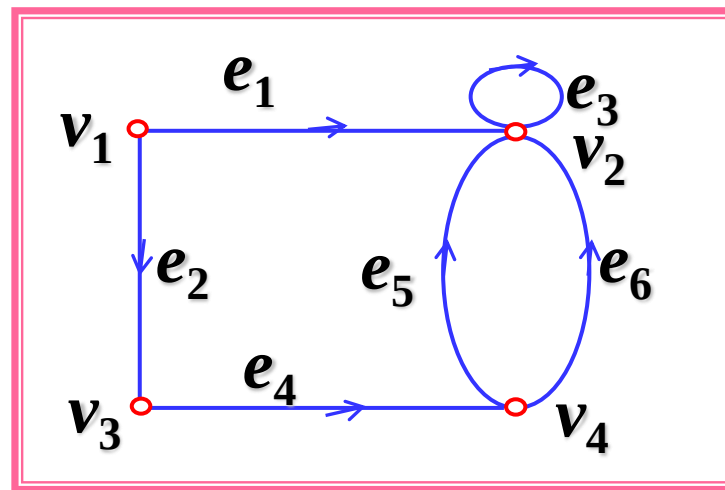
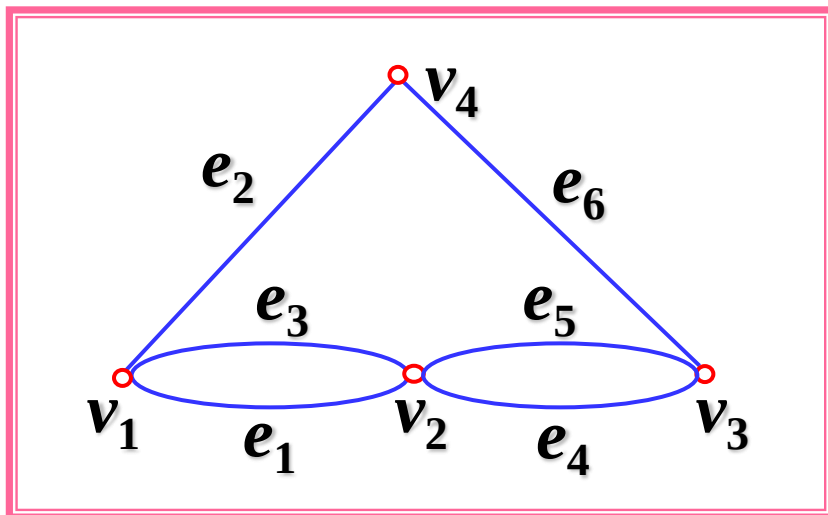
简单通路与回路：若 $\Gamma = v_0 e_1 v_1 e_2 \dots e_l v_l$ 为通路，且所有的边 $e_1, e_2, \dots, e_l$ 互不相同，则称 Γ 为简单通路(或迹)。
若 Γ 是所有边互不相同的回路，称为简单回路(或闭迹)。

初级通路与回路：若 $\Gamma = v_0 e_1 v_1 e_2 \dots e_l v_l$ 为通路，且所有的顶点 $v_0, v_1, \dots, v_l$ 互不相同，则称 Γ 为初级通路(或路径)。若 Γ 除 $v_0 = v_l$ 外，所有的顶点互不相同且边互不相同，则称 Γ 为初级回路(或圈)。

显然，初级通路(回路)一定是简单通路(回路)，
但简单通路(回路)不一定是初级通路(回路)。

§ 5.2 通路和回路

例5：列举下图的各种通路和回路。

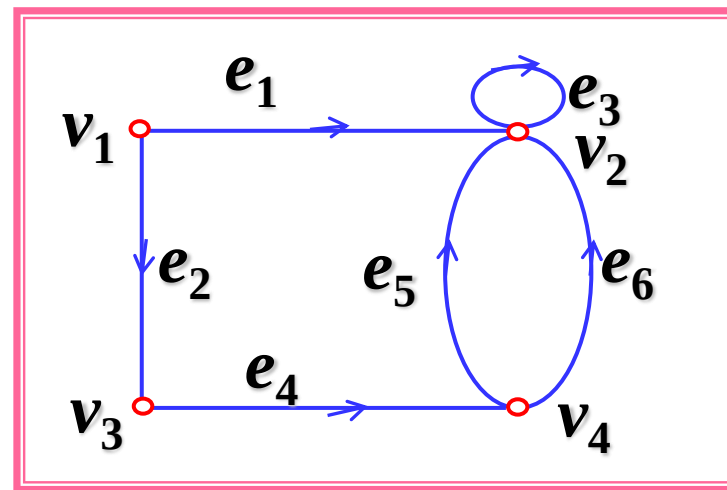
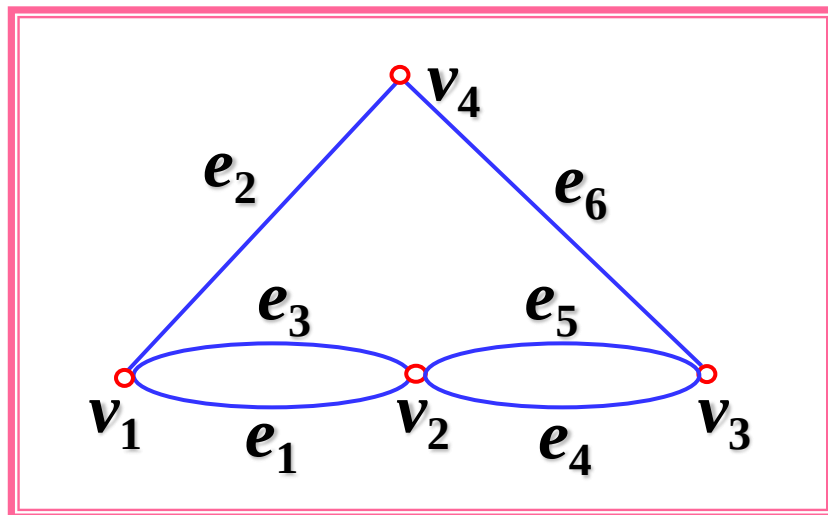


如： $v_3e_5v_2e_4v_3$ 是通路， $v_2e_4v_3e_5v_2e_1v_1$ 是简单通路， $v_3e_5v_2e_1v_1$ 是初级通路， $v_2e_4v_3e_5v_2e_1v_1e_3v_2$ 是简单回路， $v_2e_4v_3e_5v_2$ 是初级回路。



§ 5.2 通路和回路

例5：列举下图的各种通路和回路。



如： $v_3e_4v_4e_5v_2e_3v_2$ 是通路，也是简单通路，

$v_3e_4v_4e_5v_2$ 是初级通路，

$v_2e_3v_2$ 是简单回路，也是初级回路。



§ 5.2 通路与回路

二、通路与回路的性质

(1) 一个 n 阶图中, 若从顶点 v_i 到 v_j ($v_i \neq v_j$) 存在通路, 则从 v_i 到 v_j 存在长度小于等于 $n-1$ 的通路。

(1)' 一个 n 阶图中, 若从顶点 v_i 到 v_j ($v_i \neq v_j$) 存在通路, 则从 v_i 到 v_j 存在长度小于等于 $n-1$ 的初级通路。

(2) 一个 n 阶图中, 若存在顶点 v_i 到自身的回路, 则从 v_i 到自身存在长度小于等于 n 的回路。

(2)' 一个 n 阶图中, 若存在顶点 v_i 到自身的简单回路, 则从 v_i 到自身存在长度小于等于 n 的初级回路。

