



- 1、掌握集合、子集、全集等概念，能判断元素与集合、集合与集合间的关系，懂得两集合间相等关系和包含关系的定义和性质，能证明两个集合的相等；
- 2、掌握幂集的定义及有限集的幂集的计算；
- 3、掌握集合的五种运算： $\cup$, $\cap$, $-$, $\sim$, $\oplus$ 的定义，熟记集合运算的基本等式；
- 4、能够求解有穷集合计数相关的实际问题。





- 1、掌握有序对的概念，笛卡尔积的概念和运算；
- 2、掌握二元关系的形式定义，能正确使用集合表达式、关系矩阵、关系图表示给定二元关系，并能由一种形式写出另一种形式；
- 3、掌握二元关系的运算，包括集合运算及关系的逆、合成、幂、限制、象运算；
- 4、给定集合 A 上的二元关系 R (可能是集合表达式、关系矩阵、关系图)，能判别 R 的性质(自反性、反自反性、对称性、反对称性、传递性)；



- 5、掌握二元关系的闭包的意义，能求出有限集上的二元关系的闭包；
- 6、掌握等价关系的概念，等价类、商集、划分的定义和基本性质，弄清等价关系与划分间的关系。
- 7、掌握偏序关系的概念，能用哈斯图表示一个有限偏序集，并能确定偏序集的最大(小)元、极大(小)元、上(下)界、上(下)确界；
- 8、掌握函数的概念及运算，能判断一个关系是否为从 A 到 B 的函数及函数性质(满射、单射、双射)。





习题一、二

一、设集合 $A = \{1, 2, 7\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x^2 < 50\}$,

$C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge 3 \mid x \wedge x \leq 30\}$,

求: $(\sim A \cap B) \cap C$, $B - (A \cup C)$, $A \times A$, $E_A \mid \{7\}$ 。

二、设集合 $A = \{\emptyset, b, \{b\}\}$, 求: $P(A)$ 。





习题三、四

三、设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$,

A 上的关系 $R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}$,

$S = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}$,

(1) 求: $R \circ S$, $S \circ R$, $r(R)$, $s(R)$, $t(R)$;

(2) 说明 S 的性质。

四、设 $F: N \times N \rightarrow N \times N$, N 为自然数集,

$F(\langle x, y \rangle) = \langle y + 1, x + 1 \rangle$, 确定 F 的性质。

解答三

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, \quad R = \{<1,1>, <1,2>, <2,3>, <4,3>, <4,4>\},$$

$$S = \{<1,1>, <1,4>, <2,1>, <2,2>, <2,4>, <3,3>, <4,4>\},$$

解: $r(R) = R \cup R^0 = R \cup \{<1,1>, <2,2>, <3,3>, <4,4>\}$
 $= \{<1,1>, <1,2>, <2,2>, <2,3>, <3,3>, <4,3>, <4,4>\}$

$$s(R) = R \cup R^{-1} = \{<1,1>, <1,2>, <2,1>, <2,3>, \\ <3,2>, <4,3>, <3,4>, <4,4>\}$$

$$M_R^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_R^3 = M_R^2, \quad M_t = M_R + M_R^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

解答四

$$F: N \times N \rightarrow N \times N, F(\langle x, y \rangle) = \langle y + 1, x + 1 \rangle$$

解：对任意 $\langle x, y \rangle, \langle u, v \rangle \in N \times N$, 且 $\langle x, y \rangle \neq \langle u, v \rangle$,
假设有 $\langle y + 1, x + 1 \rangle = \langle v + 1, u + 1 \rangle$,
则有 $y + 1 = v + 1$ 和 $x + 1 = u + 1$,
可解得 $x = u$ 且 $y = v$, 它与 $\langle x, y \rangle \neq \langle u, v \rangle$ 矛盾,
因此 $\langle y + 1, x + 1 \rangle \neq \langle v + 1, u + 1 \rangle$, 即函数是单射的。
又, 对于 $\langle 0, 0 \rangle \in N \times N$, 找不到 $\langle x, y \rangle \in N \times N$,
使得 $F(\langle x, y \rangle) = \langle 0, 0 \rangle$, 因此 $\text{ran } F \neq N \times N$
即函数不是满射的。



习题五、六

五、设集合 $A = \{a, b, c, d, e\}$, A 上的等价关系 $R = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle c, e \rangle, \langle d, a \rangle, \langle d, d \rangle, \langle e, c \rangle, \langle e, e \rangle \}$, (1) 找出 R 所决定的 A 的划分; (2) 写出从 A 到 A/R 的自然映射 g 。

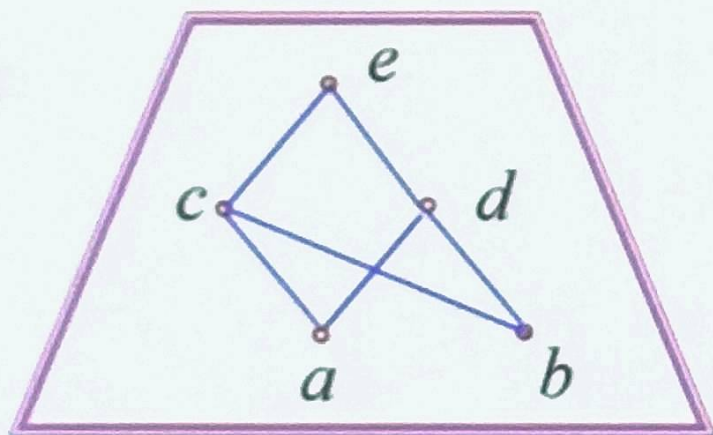
六、集合 A 同上, A 上的偏序关系 $R = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle a, e \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle b, e \rangle, \langle c, c \rangle, \langle c, e \rangle, \langle d, d \rangle, \langle d, e \rangle, \langle e, e \rangle \}$, (1) 画 $\langle A, R \rangle$ 的哈斯图, 并求 A 的最大(小)元、极大(小)元; (2) 设 $B_1 = \{a, c, d\}$, $B_2 = \{a, b, d\}$, $B_3 = \{c, d, e\}$, 分别求 B_i 的上(下)界、上(下)确界。



解答六

$$A = \{a, b, c, d, e\}, \quad R = \{\langle a, a \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle a, e \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle b, e \rangle, \langle c, c \rangle, \langle c, e \rangle, \langle d, d \rangle, \langle d, e \rangle, \langle e, e \rangle\}$$

解:



由哈斯图知:

 A 的最大元和极大元都是 e , A 没有最小元, A 的极小元是 a 和 b 。

$B_1 = \{a, c, d\}$, 上界和上确界都是 e , 下界和下确界都是 a ;
 $B_2 = \{a, b, d\}$, 上界是 d 和 e , 上确界是 d , 无下界, 无下确界;
 $B_3 = \{c, d, e\}$, 上界和上确界都是 e , 下界是 a 和 b , 无下确界。

